INGEGNERIA BIOMEDICA (LB49)

(Lecce - Università degli Studi)

Insegnamento ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA I (MOD.A/B)

GenCod A005379

Docente titolare SIMONE FERRARI

Insegnamento ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA I (MOD.A/B)

Insegnamento in inglese MATHEMATICAL ANALYSIS AND

Settore disciplinare MAT/05

Corso di studi di riferimento INGEGNERIA BIOMEDICA

Tipo corso di studi Laurea

Crediti 12.0

Ripartizione oraria Ore Attività frontale: 108.0

Per immatricolati nel 2024/2025

Erogato nel 2024/2025

Anno di corso 1

Lingua ITALIANO

Percorso PERCORSO COMUNE

Sede Lecce

Periodo Primo Semestre

Tipo esame Orale

Valutazione Voto Finale

Orario dell'insegnamento https://easyroom.unisalento.it/Orario

BREVE DESCRIZIONE DEL CORSO

Cenni di logica e teoria degli insiemi.
Insiemi numerici.
La retta reale.
Funzioni reali.
Funzioni elementari.
Numeri complessi.
Successioni.
Limiti.
Continuità.
Calcolo differenziale.
Calcolo integrale.
Strutture algebriche e spazi vettoriali.
Matrici.
Applicazioni lineari.
Autovalori e autovettori.
Sistemi di equazioni lineari.

PREREQUISITI

Il corso richiede le conoscenze previste nei test di ingresso alle Facoltà di Ingegneria e in particolare nozioni elementari di logica, teoria degli insiemi, algebra elementare, geometria euclidea, operazioni con polinomi e radici, i principali concetti di trigonometria, funzioni elementari (polinomiali, esponenziali, logaritmiche e trigonometriche) e lo studio di equazioni e disequazioni, in particolare razionali, irrazionali, esponenziali, logaritmiche, trigonometriche.

OBIETTIVI FORMATIVI

L'obiettivo del corso è quello di fornire una solida preparazione di base sui concetti fondamentali dell'analisi matematica e della geometria e in particolare per i capitoli che riguardano lo studio delle funzioni reali, i loro limiti, il calcolo differenziale, le strutture algebriche e l'algebra delle matrici. Le basi fornite sono finalizzate sia ai corsi successivi di matematica che ai corsi di ingegneria. Rispetto a tali conoscenze lo studente deve acquisirein particolare:

Knowledge and understanding. dovrà conoscere le definizioni e risultati fondamentali dell'analisi matematica in una variabile, della geometria e dell'algebra lineare ed essere in grado di comprendere come questi possono essere utilizzati nella risoluzione di problemi

Applying knowledge and understanding. dovrà essere in grado di applicare le conoscenze acquisite per la risoluzione di problemi anche mediamente elaborati, e di comprenderne l'uso nei corsi applicativi.

Making judgements. dovrà essere in grado di valutare la coerenza e correttezza dei risultati ottenuti o fornitigli.

Communication. dovrà essere in grado di comunicare in modo chiaro e preciso anche al di fuori di un contesto di calcolo.

Learning skills. Lo studente dovrà essere in grado di impostare matematicamente e risolvere problemi riconducibili a conoscenze relative ai contenuti del corso.

METODI DIDATTICI

Lezione frontale e esercitazione.

MODALITA' D'ESAME

L'esame consiste in una prova scritta e in una prova orale e tali prove si svolgono in giorni distinti e prefissati; le date sono disponibili nel calendario degli esami del proprio Corso di Studi. La prova orale viene sostenuta solo dopo aver superato la prova scritta. Per accedere ad entrambe le prove bisogna prenotarsi sull'apposito portale degli studenti. Non è possibile sostenere la prova scritta se è stato assegnato un debito formativo in Analisi Matematica o in Geometria e questi non sono stati ancora superati.

Prova scritta – Consiste nello svolgimento di esercizi relativi ai contenuti del corso.

Prova orale – Riguarda contenuti di carattere teorico (definizioni, teoremi e proprietà svolte a lezione); il contenuto è precisato dal programma del corso disponibile nella Scheda del corso (nell'elenco dei documenti disponibili nella sezione Corsi). Vengono richiesti solo gli argomenti effettivamente trattati a lezione (comprese le dimostrazioni svolte).

PROGRAMMA ESTESO

*Gli argomenti contrassegnati con * indicano che per essi è stata fornita una dimostrazione durante le lezioni che può essere oggetto di verifica durante la prova orale.*

Cenni di logica e teoria degli insiemi. Proposizioni ed enunciati. Connettivi logici. Quantificatori. Insiemi, sottoinsiemi, intersezione, unione, complementare e differenza. Prodotto cartesiano.

Insiemi numerici. L'insieme dei numeri naturali. Principio di induzione completa e applicazioni (fattoriale e coefficienti binomiali, formula di Newton). L'insieme dei numeri interi. L'insieme dei numeri razionali. Non completezza dell'insieme dei numeri razionali. L'insieme dei numeri reali: descrizione assiomatica. Proprietà di completezza e conseguenze. Esistenza della radice *n*-esima.

La retta reale. Intervalli limitati, non limitati e centrati. Insiemi limitati superiormente e inferiormente. Massimo e minimo di un sottoinsieme. Estremi inferiore e superiore. Caratterizzazione di sup e inf(*) Valore assoluto e proprietà (*)

Funzioni reali. Definizione di funzione. Funzioni iniettive, suriettive e biiettive. Funzioni composte. Funzioni inverse. Equivalenza tra funzioni invertibili e biiettive. Funzioni reali di variabile reale. Funzioni limitate superiormente e inferiormente. Massimi e minimi relativi ed assoluti. Estremi di una funzione. Funzioni monotone e proprietà. Funzioni pari, dispari, periodiche.

Funzioni elementari. Definizioni e grafici e funzioni inverse. Operazioni con i grafici.

Numeri complessi. Forma algebrica e operazioni. Modulo e coniugato. Coordinate polari. Forma trigonometrica ed operazioni in forma trigonometrica. Forma di De Moivre. Forma esponenziale. Funzioni esponenziali, logaritmo, potenza, trigonometriche in C. Polinomi in C. Radici di un numero complesso (*). Teorema fondamentale dell'algebra e corollari(*).

Successioni. Successioni reali. Unicità del limite(*)Limitatezza delle successioni convergenti.(*). Limite di successioni e relazioni d'ordine(*) Teorema del confronto(*)Teorema sul limite delle successioni monotone(*) Teorema sulla regolarità di estratte di successioni regolari. Teorema di Bolzano-Weierstrass. Limiti notevoli di successioni. Confronto tra infiniti. Successione geometrica(*). Teorema di Cesaro. Successione di Nepero(*)

Limiti. Punto di accumulazione e punto isolato. Definizione di limite. Teorema di caratterizzazione del limite mediante successioni(*).Unicità(*) e prime proprietà. Limiti destri e sinistri e proprietà. Teoremi di confronto per i limiti. Operazioni sui limiti: limite della somma, del prodotto, della reciproca e del quoziente. Limite delle funzioni composte. Limiti delle funzioni monotone. Limiti delle funzioni elementari. Forme indeterminate. Limiti notevoli(*). Infinitesimi ed infiniti e regola di sostituzione.

Continuità. Funzioni continue. Punti di discontinuità. Proprietà locali delle funzioni continue. Operazioni sulle funzioni continue. Continuità delle funzioni composte. Continuità delle funzioni elementari. Punti di discontinuità eliminabili, di prima e di seconda specie. Teorema di Weierstrass(*). Teorema di esistenza degli zeri(*). Teorema dei valori intermedi (*) Applicazioni alla risoluzione di equazioni. Uniforme continuità e teorema di Heine Cantor. Funzioni lipschitziane e relazioni con la uniforme continuità e la continuità.

Calcolo differenziale. Funzioni dotate di derivata e funzioni derivabili. Derivate sinistre e destre. Interpretazione geometrica della derivata. Retta tangente al grafico di una funzione derivabile. Punti di non derivabilità. Continuità delle funzioni derivabili(*). Regole di derivazione(*) e derivate delle funzioni elementari. Studio della derivabilità di una funzione reale. Estremi relativi. Teorema di Fermat(*) Teorema di Rolle(*), Cauchy(*) e Lagrange(*) e conseguenze. Teorema di monotonia(*) Derivate successive. Funzioni convesse e concave. Caratterizzazione della convessità(*): condizione necessaria perché un punto sia di flesso. Asintoti verticali, orizzontali ed obliqui. Studio del grafico di una funzione reale. Teorema di De L'Hopital(*) e applicazioni. Polinomi di Taylor. Formula di Taylor con il resto di Peano(*). Condizioni sufficienti di estremalità(*) Applicazioni al calcolo dei limiti.

Calcolo integrale. Primitiva di una funzione. Funzioni integrabili secondo Riemann. Funzione di Dirichlet. Caratterizzazione delle funzioni integrabili secondo Riemann. Integrabilità delle funzioni monotone e continue(*). Proprietà degli integrali. Interpretazione geometrica dell'integrale. Teorema della media integrale(*). Primitive di una funzione e proprietà. Integrale indefinito. Integrale definito e funzione integrale di una funzione continua. Teorema fondamentale del calcolo integrale(*).

Secondo teorema fondamentale del calcolo integrale(*) Metodi di integrazione. Integrali impropri. Esempio modello. Criteri di confronto e integrabilità.
Strutture algebriche e spazi vettoriali. Gruppi. Campi. Definizione di spazio vettoriale. Sottospazi. Caratterizzazione dei sottospazi vettoriali. Somma e somma diretta di sottospazi, intersezione di sottospazi. Combinazioni lineari, dipendenza e indipendenza, insieme di generatori, spazi vettoriali finitamente generati. Basi di spazi vettoriali. Caratterizzazione di una base. Metodo degli scarti successivi(*) Completamento ad una base. Esistenza di una base. Dimensione di uno spazio vettoriale (*). Calcolo della dimensione di uno spazio vettoriale mediante il rango di una matrice Formula di Grassmann(*).
Matrici. Definizione, classi particolari di matrici. Operazioni tra matrici e proprietà. Matrici invertibili. Teorema della matrice inversa. Matrici ortogonali. Definizione di determinante e proprietà. Teorema di Laplace. Definizione di rango di una matrice. Calcolo del determinante e del rango mediante l'algoritmo di Gauss. Criterio dei minori orlati.
Applicazioni lineari. Definizioni, esempi e controesempi. Applicazioni lineari che associano ai vettori di una base dei vettori fissati(*). Nucleo e immagine. Caratterizzazione di funzioni iniettive(*). Relazione fondamentale(*). Isomorfismi. Caratterizzazione di spazi isomorfi(*) Corrispondenza tra applicazioni lineari e matrici. Cambiamento di base e matrici simili.
Autovalori e autovettori. Endomorfismi semplici. Matrici diagonalizzabili. Polinomio caratteristico di un endomorfismo o di una matrice. Autovalori e autovettori di una matrice o di un endomorfismo. Caratterizzazione degli autovalori di una matrice(*) e di un endomorfismo(*). Matrici simili e loro caratterizzazione(*). Autospazi, molteplicità algebrica e geometrica di un autovalore. Criterio di semplicità. Teorema spettrale.
Sistemi di equazioni lineari. Definizione, matrice associata. Soluzioni (esistenza, numero e calcolo). Teorema di Rouché-Capelli(*). Dimensione dell'insieme delle soluzioni di un sistema lineare. Metodo di Cramer. Algoritmo di Gauss per la risoluzione di sistemi lineari.

TESTI DI RIFERIMENTO

Libri e dispense

- Dispensa di "Analisi Matematica" di Albanese, Leaci e Pallara.
- Dispensa di Geometria ed Algebra di Chirivì e Vitolo.
- "AM1 - Analisi Matematica 1" di Addona, Gariboldi e Lorenzi (ed. Esculapio).
- "Algebra lineare e geometria" di Schlesinger (ed. Zanichelli).
- "Analisi Matematica" di Pagani e Salsa (ed. Zanichelli)
- "Analisi Matematica e Geometria 1" di Munarini (ed. Esculapio).

Eserciziari

- Dispensa di Eserciziario di Matematica 1 di Miranda e Paronetto.
- Dispensa di esercizi di Geometria e Algebra Lineare di Calvaruso e Vitolo.
- "Esercizi di algebra lineare e geometria" di Mauri e Schlesinger (ed. Zanichelli).
- "Esercizi di Analisi Matematica 1" di Salsa e Squellati (ed. Zanichelli).
- "Esercizi di Analisi Matematica e Geometria 1" di Munarini (ed. Esculapio).
- "Primo corso di Analisi Matematica" di Acerbi e Buttazzo (ed. Pitagora Editrice Bologna).
- "Esercizi e quesiti di Analisi Matematica 1" di Callegari e Marini (ed. Esculapio).