MATEMATICA (LM39)

(Università degli Studi)

Insegnamento ANALISI NUMERICA

GenCod A004886

Docente titolare Ivonne SGURA

Insegnamento ANALISI NUMERICA

Insegnamento in inglese NUMERICAL ANALYSIS

Settore disciplinare MAT/08

Corso di studi di riferimento MATEMATICA

Tipo corso di studi Laurea Magistrale

Crediti 9.0

Ripartizione oraria Ore Attività frontale: 63.0

Per immatricolati nel 2020/2021

Erogato nel 2020/2021

Anno di corso 1

Lingua ITALIANO

Percorso APPLICATIVO

Sede

Periodo Primo Semestre

Tipo esame Scritto e Orale Congiunti

Valutazione Voto Finale

Orario dell'insegnamento https://easyroom.unisalento.it/Orario

BREVE DESCRIZIONE DEL CORSO

Il corso consiste nello studio di metodi numerici per la risoluzione di alcuni problemi matematici in scienze ed ingegneria. Argomenti principali sono: interpolazione, approssimazione, integrazione numerica, metodi per approssimazione di equazioni differenziali. Particolare enfasi viene data allo studio della accuratezza e stabilità dei metodi. Si prevedono esercitazioni al calcolatore per sperimentare i vari concetti visti nella parte teorica del corso e per l'implementazione dei metodi numerici studiati. Per tale scopo l'ambiente di lavoro sarà il programma di Calcolo Scientifico Matlab.

The course deals with some techniques for the efficient numerical solution of problems in science and engineering. Topics spanned are interpolation, approximation of functions, integration, differential equations. Stability, accuracy and computational complexity of the numerical methods will be carefully analysed. Part of the course consists in the implementation of the methods, in order to demonstrate their performances on examples and counterexamples on a computer. For this goal, the students will follow Laboratory lectures and will use the MatLab program for scientific

PREREQUISITI

Conoscenze di analisi (integrali, equazioni differenziali). Conoscenze di base di Calcolo Numerico (risoluzione di sistemi lineari, metodi iterativi per zeri di funzione). Programmazione di base in Matlab.

OBIETTIVI FORMATIVI	**Conoscenze e comprensione**. Possedere una solida preparazione che prevede un ampio spettro di conoscenze di livello avanzato nell'ambito del calcolo numerico. **Capacità di applicare conoscenze e comprensione: #** Essere capaci di implementare molti dei metodi studiati in un ambiente di programmazione fra quelli attualmente piu' noti in ambito scientifico (Matlab) **#** essere in grado di usare software di calcolo scientifico ad un livello avanzato # sviluppare proprii codici al calcolatore, applicarli con senso critico anche a problemi di tipo applicativo **#** essere capaci di leggere e comprendere, in modo autonomo, testi anche specialistici di Calcolo Numerico **Autonomia di giudizio.** Il corso sarà svolto in modo da favorire e sviluppare nello studente capacità di: problem solving, rappresentazione ed interpretazione grafica di dati, discussione e confronto di metodi e risultati numerici. **Abilità comunicative.** La modalità d'esame prevede la scrittura di un report che raccolga i risultati di un progetto di Laboratorio assegnato. In particolare, questa richiesta vuole sollecitare nello studente: l'abilità di presentare gli argomenti affrontati in modo chiaro (anche per iscritto), la capacità di comunicare problemi, idee e soluzioni, anche in vista della scrittura di una tesi di laurea di tipo magistrale. **Capacità di apprendimento.** Saranno indicati argomenti da approfondire, strettamente correlati con l'insegnamento, anche con riferimento ad artiicoli scientifici in inglese, al fine di stimolare la capacità di apprendimento autonomo dello studente.
METODI DIDATTICI	Il Corso prevede lezioni frontali in aula e circa 25 ore da svolgersi nel Laboratorio informatico. Le esercitazioni al calcolatore riguarderanno la programmazione in Matlab di molti metodi studiati in teoria, numerosi esercizi, alcuni esempi di carattere applicativo. Computer classes are almost a third of the course and concern Matlab programming of most of the methods. Several exercises will be presented to experiment the key concepts of errors, convergence, order convergence and stability. Some examples of applicative problems will be also provided.
MODALITA' D'ESAME	Si richiede che gli studenti sviluppino un progetto al calcolatore scelto fra i tre temi proposti dal docente alla fine del corso. Ogni progetto riguarda l'implementazione di alcuni metodi studiati in teoria e la loro applicazione ad alcuni problemi, anche di tipo applicativo. L'esame solo orale riguarda la discussione/ presentazione del progetto sul tema scelto e domande anche sulle restanti parti del programma. Gli studenti dovranno prenotarsi all'esame utilizzando esclusivamente le modalità on-line previste dal sistema VOL
ALTRE INFORMAZIONI UTILI	Nella sezione MATERIALE DIDATTICO sono presenti le tracce dei progetti assegnati negli anni accademici precedenti. In the section MATERIALE DIDATTICO you can find the Projects assigned in the past academic years for the final exam.

PROGRAMMA ESTESO

Programma dettagliato delle lezioni:

A) Interpolazione ed approssimazione: Interpolazione polinomiale: matrice di Vandermonde e polinomio di Lagrange. Stima dell'errore di interpolazione su nodi equidistanti e su nodi di Chebychev. Fenomeno di Runge. Polinomio interpolante di Newton. Differenze divise e loro proprietà. Interpolazione a tratti: costruzione della spline cubica e sue proprietà di convergenza. Approssimazione di dati nel senso dei minimi quadrati: caso lineare ed equazioni normali. Interpolazione trigonometrica: trasformata discreta di Fourier (DFT, FFT) e sue applicazioni. B) Formule di quadratura: Formule interpolatorie: stima dell'errore, grado di precisione, proprietà di stabilità. Formule di Newton-Cotes. Metodo dei trapezi e di Cavalieri-Simpson e loro formule composte. Estrapolazione di Richardson e controllo automatico dell'errore. Cenni sui polinomi ortogonali e loro proprietà. Formule gaussiane: grado massimo di precisione, stima dell'errore, calcolo dei nodi e dei pesi per le formule di Legendre, Chebychev, Laguerre; formule di Gauss-Radau e Gauss-Lobatto.

C) Metodi numerici per Equazioni Differenziali Ordinarie a Valori Iniziali (Pb. di Cauchy):

Metodi espliciti a un passo, errore di troncamento, consistenza. Convergenza e zero-stabilità. Metodi di Eulero esplicito ed implicito. Metodo dei Trapezi e di Heun. Assoluta stabilità. Equazione test e regioni di assoluta stabilità. Richiami su equazioni alle differenze lineari a coefficienti costanti. Metodi Lineari Multistep: definizione, errore di troncamento, condizioni di ordine. Metodo del Midpoint, metodo di Simpson. Zero-stabilità e convergenza. Prima e seconda barriera di Dahlquist. Metodi di Adams espliciti ed impliciti, metodi di Nystrom e metodi BDF. Assoluta stabilità di un metodo Multistep. Definizione e calcolo del boundary locus. Cenni sui metodi predittore-correttore e sulle tecniche adattive.

Metodi Runge-Kutta. Metodi espliciti: consistenza, condizioni di ordine, convergenza, funzione di stabilità, assoluta stabilità. Metodi impliciti: costruzione delle formule gaussiane come metodi di collocazione. Problemi stiff. Risoluzione di sistemi di equazioni.

Programma delle lezioni (in inglese):

A) Interpolation and Approximation. Polynomial Interpolation: canonical basis and Vandermonde system. Lagrange basis. The Interpolation Error: equally spaced nodes, Chebychev nodes and Runge's counter-example. Stability of Polynomial Interpolation and Lebesgue constant. Newton Form of the Interpolating Polynomial. Divided Differences and their properties. Piecewise Lagrange Interpolation: Hermite Interpolation, approximation by Splines. Interpolatory Cubic Splines and their properties. Linear and nonlinear least square problems. Trigonometric interpolation: Discrete Fourier Transform (DFT). Fast Fourier Transform (FFT): properties and applications.1. R. Bevilacqua, D. Bini, M. Capovani, O. Menchi. Metodi numerici. Zanichelli Ed. 1997.

2. A. Quarteroni, R. Sacco, F. Saleri – Matematica Numerica, 2a Ed. Springer, 2000

3. Hairer-Wanner Solving Ordinary Differential Equations vol.I-II, 2nd Ed. Springer

4. Altri appunti forniti dal docente

B) Numerical Integration. Basic Quadrature Formulae: Midpoint or Rectangle formula, Trapezoidal formula. Interpolatory Quadrature: definition, properties, order precision. An example: the Cavalieri-Simpson Formula. Newton-Cotes Formulae. Composite Newton-Cotes Formulae. Composite Trapezoidal and Simpson methods and their convergence. Richardson Extrapolation and error estimate. Orthogonal Polynomials: definition and properties. Some examples: Chebyshev and Legendre polynomials. Gaussian Integration: high order, error estimate, construction of nodes and weights by eigenvalues/eigenvectors computation. Gauss-Legendre and Gauss-Chebychev methods. Integration over Unbounded Intervals: Gauss-Laguerre and Gauss-Hermite formulae. Pre-fixed nodes: Gauss-Lobatto and Gauss-Radau.

C) Numerical Solution of Ordinary Differential Equations (ODE) The Cauchy Problem. One-Step Numerical Methods: definition of explicit and implicit schemes, truncation error, the zero-Stability. Convergence Analysis and order of convergence. Euler, Trapezoidal and Heun methods. The Absolute Stability: test equation, regions of absolute stability and stepsize restrictions. Difference

Equations. Linear Multistep Methods: Midpoint and Simpson methods. Consistency and order conditions, stability polynomials. Zero-stability and the Root Condition. First Dahlquist's barrier. Convergence Analysis. Absolute Stability and Strong Root Condition. Second Dahlquist's barrier. Explicit and Implicit Adams methods. BDF methods. Predictor-Corrector Methods. Boundary locus to find stability regions. Runge-Kutta Methods. Derivation of an Explicit RK Method. Order conditions, convergence, stability function and absolute stability. Implicit RK Methods: construction as collocation methods on gaussian nodes. High order and A-stability properties. Stiff Problems. Systems of ODEs.

TESTI DI RIFERIMENTO

1. R. Bevilacqua, D. Bini, M. Capovani, O. Menchi. Metodi numerici. Zanichelli Ed. 1997.
2. A. Quarteroni, R. Sacco, F. Saleri – Matematica Numerica, 2a Ed. Springer, 2000
3. Hairer-Wanner Solving Ordinary Differential Equations vol.I-II, 2nd Ed. Springer
4. Altri appunti forniti dal docente